第1讲 有理数的乘法

**知识梳理**

**1．有理数的乘法法则**

①两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘；

②任何数与零相乘，都得零.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 乘数*a*、*b* | 积的符号 | 积的绝对值|*ab*| |
| *a*＞0，*b*＞0 |  |  |
| *a*＜0，*b*＜0 |
| *a*＞0，*b*＜0 |  |
| *a*＜0，*b*＞0 |
| *a*，*b*＝0 | | |

**2．有理数乘法法则的推广**

(1)几个不等于0的数相乘，积的符号由负因数的个数决定，当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正.

(2)几个数相乘，有一个因数为0，积就为0.

**3．有理数乘法的运算律**

①乘法交换律：两个数相乘，交换乘数的位置，积不变.即\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

②乘法结合律：三个数相乘，先把前两个数相乘，或先把后两个数相乘，积不变.即\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

③乘法对加法的分配律：一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加.即\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**4．有理数的乘法运算技巧**

对于多个有理数相乘的算式，一定要先观察再计算.观察的重点是：①观察算式中有无0因数，若有，则直接写出运算结果为0；②观察算式能否运用运算律简化计算；③观察式子能否利用下边的运算技巧，若能运用则利用之.

技巧一：巧用结合律

技巧二：巧用分配律

(1)正向应用；(2)逆向应用；(3)正逆合用；(4)变形应用.

**典型解析**

**例1：**计算：(1)(-6)×(-5)；(2)(3)(-4)×0.25；(4)(-2012)×0.

[解析](1)是同号两数相乘，先确定积的符号为“+”，再把绝对值相乘；(2)(3)两题是异号两数相乘，先确定积的符号为“-”，再把绝对值相乘；(4)中含有因数0，结果为0.

[答案](1)(-6)×(-5)=6×5=30.

(4)(-2012)×0=0.

[方法总结]有理数的乘法运算分为两步：第一，确定积的符号；第二，确定积的绝对值.计算时把带分数化成假分数，把小数化成分数来简化计算.

**例2：**计算：(1)(-2)×(-3)×(-4)； (2)(-5)×(-6)×3×(-2)；

(3)2×(-2)×(-2)×(-2)×(-2)； (4)(-3)×(-1)×2×(-6)×0×(-2).

[解析]先看算式中是否有因数为0，若没有0，先确定积的符号，再确定积的绝对值.

[答案](1)(-2)×(-3)×(-4)=-(2×3×4)=-24.

(2)(-5)×(-6)×3×(-2)=-(5×6×3×2)=-180.

(3)2×(-2)×(-2)×(-2)×(-2)=+(2×2×2×2×2)=32.

(4)(-3)×(-1)×2×(-6)×0×(-2)=0.

[方法点拨](1)三个以上非零有理数相乘，应该先确定积的符号，再计算绝对值.确定符号的根据是“符号法则”，当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正.(2)无论多少个有理数相乘，若其中有一个因数是0，则积为0.

**【变式训练】**

4个有理数相乘，积的符号是负号，则这四个有理数中，正数有( ).

A.1个或3个 B.1个或2个 C.2个或4个 D.3个或4个

答案：A [提示]根据多个有理数相乘的符号法则知4个有理数中负因数的个数为奇数，即4个有理数中有1个或3个负数，则相对应的应该有3个或1个正数，选A.

**有理数的乘法运算技巧**

**技巧一：巧用结合律**

在一个乘法算式中，若存在互为倒数或便于约分的项，应将这些项运用乘法交换律和结合律优先将它们相乘.即*abc*=*a*(*bc*)[或=(*ac*)*b*].

**例3：**计算：(1)； (2)

(3)；

(4)

(5)(-125)×(-25)×(-5)×2×(-4)×(-8).

解析：(2)中运用乘法的交换律和结合律将分子、分母约分；(3)这6个因数相乘，同样先确定积的符号为正；然后将绝对值相乘，在此过程中分三组结合，计算更简便.

解：(1)原式=

(2)原式=9×(-10)=-90.

(3)原式=

=100×1×1=100.

[方法归纳]几个数相乘，应先将互为倒数的数相乘，或乘积结果为整十整百的数相乘.

(4)原式=

(5)原式=-(125×8)×(25×4)×(5×2)=-1000×100×10=-1000000.

**技巧二：巧用分配律**

在有理数计算中，若能适时地使用有理数运算律，既可启迪思维，又能提高运算速度和计算的准确性.下面举例说明分配律*a*(*b*+*c*)=*ab*+*ac*在四个方面的应用，供同学们学习时参考.

**(1)正向应用.**

**例4：**计算：(1)； (2)；

(3).

解析：(2)可直接把括号内的分数进行通分，但计算过程比较繁琐，通过观察发现：-105与括号内各分母都可以约分，所以可以利用乘法分配律运算.(3)中括号外的因数与括号内的各分母有公约数，运用分配律简化运算.

解：(1)原式=

[技巧点拨](1)一个和或差与一个数相乘，且和或差中的分母是这个数的约数；(2)这个数的分母是和或差中每个数的约数.上述两种情况直接应用分配律较简便.

(2)原式=

=21-35-15=-29.

[温馨提示]巧妙地运用分配律，可避免异分母分数相加减的繁琐运算，要特别注意符号问题，如本例中-105的负号不能丢，要简化成后，再与-105分别相乘.

(3)原式=6+12=5.

**(2)逆向应用.**

**例5：**计算：(1)；

(2)

解析：(2)三个乘积形式中均含有这一因数，可以提取，将-7，19，-5相加，这样计算更简捷.

解：(1)原式=

(2)原式=-22.

[温馨提示]①逆用分配律，提取相同因数使计算更简捷.

②提取公因数后，各项剩下的数的符号不能弄错.

**(3)正逆合用.**

**例6：**计算：3.95×6.

解析：算式的前半部分可直接运用分配律，后半部分可逆用分配律，从而可省去通分和繁杂的计算过程.

解：原式=1.45)

=28-30+14+6×2.5=12+15=27.

[温馨提示]正逆合用分配律，可减少运算量，提高解题的速度和准确性.

**(4)变形应用.**

**例7：**计算：(1)；

.

解析：此类题目若直接计算，其运算过程比较复杂.因此可根据它的特点进行适当变形：(1)中将写成，再用乘法分配律；(2)式中将拆分成，再用分配律计算；(3)式中有两种方法拆分，其一是将整数部分拆分成两个整数，并使其中一个整数能与分数的分母约分，其二是将分数拆分成整数与真分数之差，然后再用乘法分配律计算，从而使运算简便.

解：(1)原式=.

(2)原式=

[方法归纳]把一个数拆分为几个数的和，然后运用分配律进行计算是解答本题的巧妙之处.当一个算式按常规的解法计算较复杂时，要善于思考、变形，然后应用相关运算律进行简化计算.

**例8：有理数运算法则中符号法则的综合应用**

(1)加法法则中的符号法则：同号取原来的符号，异号取绝对值较大的加数符号，这里所指的都是相对于两数相加而言的；

(2)乘法法则中的符号法则，分两数相乘和几个有理数相乘两种情况：当两数相乘时，就看它们是否同号；当几个数相乘时，就看它们的负因数的个数.

(1)已知*x*<*y*<0，那么(*x*+*y*)(*x*-*y*)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_0.(填“>”“<”或“=”)

[解析]因为*x*<0，*y*<0，所以*x*+*y*<0，又因为*x*<*y*，所以*x*-*y*<0，所以(*x*+*y*)(*x*-*y*)>0.

[答案]>

(2)若*ab*<0，*b*<0且|*a*|<|*b*|，则*a*+*b*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_0，*a*-*b*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_0.

答案：<；> [提示]由*ab*<0，*b*<0可得*a*>0，*b*<0，又因为*b*的绝对值较大，所以*a*+*b*<0，*a*-*b*=*a*+(-*b*)，*a*>0，-*b*>0所以*a*+(-*b*)>0.

**【变式训练】**

1.如图，数轴上*A*，*B*两点分别对应有理数*a*，*b*，则下列结论正确的是( ).

Image4

A.*ab*>0 B.*a*-*b*>0 C.*a*+*b*>0 D.|*a*|-|*b*|>0

答案：D [提示]观察题图中的数轴可以看出有理数*a*，*b*符号相反，所以A不正确；因为*a*<*b*，所以B不正确；因为有理数*a*，*b*符号相反且*a*的绝对值较大，所以C不正确，而选项D正确.

2.若*a*+*b*>0，*ab*>0，则*a*，*b*两数( ).

A.同为正数 B.同为负数 C.异号 D.不确定

答案：A [提示]由*ab*>0得*a*，*b*同号.又因为*a*+*b*>0，所以*a*>0，*b*>0.

3.已知*x*、*y*、*z*为有理数，若*x*<*y*，*x*+*y*=0，且*xyz*>0.试判断*x*+*z*的符号.

答案：因为*x*<*y*，*x*+*y*=0，且*xyz*>0，所以*x*=-*y*，*x*<0<*y*，*z*<0，所以*x*+*z*<0.

**例9：乘法中的特殊计算——**创造条件应用乘法分配律是计算过程中常用的方法.

计算：33×66+78×99.

[答案]33×66+78×99

=33×3×22+78×99

=99×22+78×99

=99×(22+78)

=99×100

=9900.

**【变式训练】**

先观察下题的解题方法：

计算：7778×9999+3333×6666.

解：原式=7778×9999+3333×3×2222

=7778×9999+9999×2222

=9999×(7778+2222)

=9999×10000

=99990000.

请你依照上面的方法计算：

99999×22222+33333×33334.

答案：原式=33333×22222×3+33333×33334

=33333×(66666+33334)

=33333×100000

=3333300000.

**例10：和有理数乘法有关的定义新运算**

若“！”是一种数学运算符号，并且1！=1，2!=2×1=2，3！=3×2×1=6，4!=4×3×2×1，…，则的值为( ).

A. B.99! C.9900 D.2!

[解析]通过观察运算符号“！”，不难发现，“！”前面的数是几，结果就是从这个数开始连续与比它小的正整数相乘一直到1，所以=100×99=9900.故选C.

[答案]C

**例11：关于相反数、绝对值、倒数的运算**

已知有理数*a*，*b*，*c*，*d*，*m*，它们之间有如下关系：*a*，*b*互为相反数，*c*，*d*互为倒数，*m*的绝对值为2，则(*a*+*b*+*cd*)*m*-*cd*的值是多少？

[解析]运用相反数、倒数、绝对值的意义及有理数的运算来解题.

[答案]因为*a*，*b*互为相反数，所以*a*+*b*=0.

因为*c*，*d*互为倒数，所以*cd*=1.

因为*m*的绝对值为2，所以*m*=±2.

当*m*=2时，原式=(0+1)×2-1=1；

当*m*=-2时，原式=(0+1)×(-2)-1=-3.

所以(*a*+*b*+*cd*)*m*-*cd*的值是1或-3.

[概念点拨]正确地理解数学名词的概念是解答本题的关键.互为相反数的两个数的和等于0；互为倒数的两个数的积为1；绝对值为同一个正数的数有两个，它们互为相反数.

**【变式训练】**

已知*a*的倒数是它本身，*b*是-10的相反数，负数*c*的绝对值是8，求式子4*a*-*b*+3*c*的值.

答案：因为*a*的倒数是它本身，所以*a*=±1，因为*b*是-10的相反数，所以*b*=10，因为负数*c*的绝对值是8，所以*c*=-8.所以4*a*-*b*+3*c*=4×1-10+3×(-8)=4-10+(-24)=-30或4*a*-*b*+3*c*=4×(-1)-10+3×(-8)=-4-10+(-24)=-38.

[提示](1)0没有倒数；(2)倒数等于本身的数有两个：±1；(3)互为倒数的两个数符号相同.

**例12：有理数乘法的实际应用**

某服装店以32元的价格购进30件连衣裙，针对不同的顾客，30件连衣裙的售价不完全相同.若以47元为标准，将超过的钱数记为正，不足的钱数记为负，记录结果如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 售出件数(件) | 7 | 6 | 3 | 5 | 4 | 5 |
| 每件(元) | +3 | +2 | +1 | 0 | -1 | -2 |

该服装店售完这30件连衣裙后，赚了多少钱？

[解析]根据表中的数据，可应用有理数乘法及加减法运算解决此题.

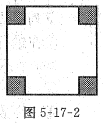
[答案]以47元为标准价，这30件连衣裙售价的总增减量为7×(+3)+6×(+2)+3×(+1)+5×0+4×(-1)+5×(-2)=21+12+3+0-4-10=22(元).

(47-32)×30+22=472(元).

所以该服装店售完这30件连衣裙后，赚了472元.

**【变式训练】**

用一张边长为米的正方形纸片做一个无盖的盒子，分别在纸片的四角剪去边长为米的小正方形，求这个盒子的体积是多少.



答案：

**同步训练**

**一、填空题**

1. 计算：

(1)\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (2)\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (4)\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(5)\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (6)\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

答案：(1) (2)2.5 (3) (4)0 (5) (6)

2. 计算：

(1)\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (2)\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (4)\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(5)\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (6)\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：(1)35 (2)0 (3)3.2 (4) (5) (6)

3. 绝对值不大于5的所有负整数的积的符号为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，积的绝对值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：负；120

4. 若有理数*a*，*b*互为相反数，则*cd*(*a*+*b*)= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：0 [提示]因为有理数*a*，*b*互为相反数，所以*a*+*b*=0，0乘任何数都得0，故*cd*(*a*+*b*)=0.

5. 若 ，则 \_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：

6. 若是整数且，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案： 

7. 定义一种新运算：，若，则 \_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案： 

8. 如果，则的值的符号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：正

**二、选择题**

9. 下列结论中正确的是( ).

(A)若，，则 (B)若，，则

(C)若，，则 (D)若，，则

答案： A

10.下列计算正确的是( ).

A.(-3)×(-9)=-27 B.(-4)×(-3)×(-5)=-60

C.(-8)×7+(-2)×7+(-5)×0=0 D.

答案：B [提示]因为(-3)×(-9)=27，所以A错；因为(-8)×7+(-2)×7+(-5)×0=-56-14=-70，故C错：因为12+8=4，故D错.

**三、解答题**

11.计算：(1)

[解析](1)三个有理数相乘，可以进行约分，利用乘法结合律可以先计算，再乘；(2)括号里是两个异分母分数相加，需要通分，计算起来较麻烦，中括号外是因数-24，注意到分母6和8都是24的因数，所以利用乘法分配律可以进行约分计算.

[答案](1)原式=

(2)原式=(-9)=11.

[点拨]运用乘法的交换律和结合律时，常把互为倒数的两数先结合，以简化运算.

12.计算：

[解析]求解本题有两种方法，一种是常规方法，按运算顺序解答；另一种是利用乘法的运算律，即乘法交换律、结合律和分配律，选取时应根据题目的特点灵活选用.

[答案]方法一：(1)原式=-24×

(2)原式=

(3)原式=

方法二：(1)原式=(-1)=-14+20+24=30.

(2)原式=

(3)原式=10×1=10.

[点拨]比较方法一和方法二，显然方法二更简便，准确率更高，所以做题之前，先要观察式子的特点，灵活选用运算律.

13.试用简便方法计算：

(1)4.98×(-5)；

答案：(1)4.98×(-5)

=(5-0.02)×(-5)

=-25+(+0.1)

=-24.9.

=18-12+9-6+4+36

=49.

=-13-0.34

=-13.34.

(4)原式=

=(-1)×(-1)×(-1)×(-1)×(-1)

=-1.

**【探索创新】**

观察、思考并探究：

(1)比较大小，在横线上填上适当的“>”、“<”或者“=”符号：

3×5\_\_\_\_\_\_\_\_|3×5|； (-3)×(-5)\_\_\_\_\_\_\_\_|(-3)×(-5)|；

(-3)×5\_\_\_\_\_\_\_\_|(-3)×5|； 3×(-5)\_\_\_\_\_\_\_\_|3×(-5)|；

3×0\_\_\_\_\_\_\_\_|3×0|； 0×0\_\_\_\_\_\_\_\_|0×0|；

(2)思考：若是两个有理数，要满足什么条件时，？

探索：若是两个有理数，要满足什么条件时，？

答案：(1)＝ ＝ ＜ ＜ ＝ ＝ (2)当、同号或、中至少有一个为零时， (3)、异号时，